**面向对象程序设计基础 第二次作业**

徐浩博 2020010108

**模型部分**

* 首先计算最大公约数（gcd），我们采用辗转相除法。

假设两正整数为a，b.（不妨设a≥b），且有a=pb+r（p≥1），下分情况讨论：

① r=0时，则b｜a，此种情况说明，a，b的最大公约数为b.

② r≠0时，设m为a，b的最大公约数，则假设a=a1m，b=b1m，其中(a1,b1)=1. ⇒ a=pb+r=pb1m+r=a1m

⇒ r=(pb1-a1)m

而pb1-a1≥0，这是因为p≥1且a1≥b1，特别地，r≠0，则pb1-a1≥1.

现已知道r与b存在公约数m，下面证明pb1-a1与b1最大公约数为1.

设n为pb1-a1与b1最大公约数，则假设pb1-a1=s·n，b1=t·n，有n｜b1，则有n｜pb1-a1，于是n｜a1，则n为a1，b1公约数，考虑到(a1,b1)=1，则n=1.

综上，r与b存在公约数m且不存在更大的公约数，则m为r，b的最大公约数，则gcd(a,b)=gcd(b,r)=m.

对于②，计算a，b的最大公约数时，只需计算b，r的最大公约数（r<a），与此类似，a，b每一步都会有一个数递减，经过有限步，必然会满足①的条件.

以上为辗转相除法的证明部分，为了实现该方法，可采用函数递归的方式模拟循环，每一次调用函数gcd(a,b)，返回gcd(b,a%b)的值，边界条件是a%b==0（此时满足证明中的①条件）. 通过这种方法，即可完成对gcd的计算.

* 其次，我们再来计算最小公倍数（lcm）. 设m为a，b的最大公约数，则假设a=a1m，b=b1m，其中(a1,b1)=1. 设n是a，b的最小公倍数.

为了满足a｜n，有m｜n. 不妨设n=n1m，则由a｜n，有a1m｜n1m，从而a1｜n1；同理b1｜n1. 设n1=pa1，则b1｜pa1，则存在q使qb1=pa1. b1中不含a1的质因数，则q包含a1的所有质因数，从而a1｜q，从而q≥a1，从而n=n1m=pa1m=qb1m≥a1b1m. 考虑到a1b1m恰为a=a1m与b=b1m的公倍数，则a1b1m为a，b的lcm，从而有lcm=a·b/m=a·b/gcd.

* 为了使用面向对象的程序设计解决该问题，除了主函数所在的CP\_IntegerCalculationMain.cpp文件外，我共编写了4个模块，其名称与主要功能分别为：

CP\_IntegerInput：调用以实现对正整数的读入功能.

CP\_LCMGCDCalculation：调用以实现对lcm/gcd的计算功能.

CP\_Time：调用以实现对开始、结束时间的测量及计算.

CP\_TimeApplication：调用以解决整个问题，主要通过以上模块的调用，实现 gcd/lcm的计算，同时得出运算时间.

**验证部分**

**等价类划分**

①输入的不是正整数.

②输入的某个正整数超过了int范围.

③输入的正整数虽未超int范围，但计算出的lcm超过了int范围.

④输入的正整数gcd与lcm均能计算出正确结果.

**案例选取**

①输入的不是正整数：(a, 1.2)

②输入的某个正整数超过了int范围. (2,3000000000)

③输入的正整数虽未超int范围，但计算出的lcm超过了int范围. (6666666,6666667)

④输入的正整数gcd与lcm均能计算出正确结果. (3,4) (4,32768)(36,27) (60000006,90000009)

**测试结果**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 输入 | gcd | gcd计算时间 | lcm | lcm计算时间 |
| (a, 1.2) | 输入非法 | N/A | 输入非法 | N/A |
| (2,3000000000) | 输入超出范围 | N/A | 输入超出范围 | N/A |
| (6666666,6666667) | 1 | 0ms | 结果超出范围 | N/A |
| (3,4) | 1 | 0ms | 12 | 0ms |
| (4, 32768) | 4 | 0ms | 32768 | 0ms |
| (36,27) | 9 | 0ms | 108 | 0ms |
| (60000006,90000009) | 10000001 | 0ms | 1800000018 | 0ms |